＜行列・行列式・ベクトル基本＞

★行列

☆行列の基本演算

$$\begin{pmatrix}1&2&4\\1&3&9\\1&4&1\end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix}2&4&8\\3&9&7\\4&6&4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&4&8\\3&9&7\\4&1&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&24&26\\13&47&40\\6&23&39\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&3\\2&-1\\0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&2&-1&3\\2&-1&3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5\\1\\0\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}41\\5\\33\end{pmatrix}$$

$$2\begin{pmatrix}\sin 20^\circ&\log 10\\ e&\int_0^1 x\,dx\\ \sqrt[3]{5}&9\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&\sqrt{5}&6.4^2\\0.7&\frac{4+6+9}{5\times 6}&5.234\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.74&2.80&38.49\\3.42&12.79&227.92\\14.31&19.05&234.29\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\frac{5}{7}&\frac{5}{8}&\frac{4}{9}&\frac{7}{6}\\\frac{1}{2}&\frac{2}{3}&\frac{3}{4}&\frac{1}{5}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1487}{504}\\\frac{127}{60}\end{pmatrix}$$

☆逆行列

$$\begin{pmatrix}1&-1&2\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&-3\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

☆複素数

$$\begin{pmatrix}i&0\\0&-i\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

☆転置行列

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&10&11&12\end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix}1&5&9\\2&6&10\\3&7&11\\4&8&12\end{pmatrix}$$

$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$ のとき　$A^2=\begin{pmatrix}7&10\\15&22\end{pmatrix}$　$A^{-1}=\begin{pmatrix}-2&1\\1.5&-0.5\end{pmatrix}$　$A^T=\begin{pmatrix}1&3\\2&4\end{pmatrix}$

☆応用（連立１次方程式の解法）

$\begin{pmatrix}3&-4&5\\-7&8&-9\\11&-5&6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-4\\-3\end{pmatrix}$ を解く　$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-4&5\\-7&8&-9\\11&-5&6\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}4\\-4\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$

★行列式

☆行列式の基本演算

$$\begin{vmatrix}1&2&3&5&4\\-7&5&1&2&-5\\4&2&5&9&0\\1&2&5&-7&1\\8&4&5&1&0\end{vmatrix}=15850$$

$$\begin{vmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{vmatrix}=1\qquad(\theta=\pi)$$

$$\begin{vmatrix}\sqrt{5}&2.5647&\frac{87}{97}&10\\4\times 8+7&\log 10&\sin 10&\cos 30^\circ\\-5375&0&e^2&2^3\\16000&\sqrt[3]{5}&13&\begin{vmatrix}1&2\\4&5\end{vmatrix}\end{vmatrix}=-1247171.151$$

☆システム関数ｄｅｔ

$$\det\begin{pmatrix}10&20&30\\50&60&70\\80&90&100\end{pmatrix}=0\qquad \det\left(\begin{pmatrix}1&2&4\\1&3&9\\1&4&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&4&8\\3&9&7\\4&6&4\end{pmatrix}\right)=-180$$

☆代数計算

$$\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}+2=ad-bc+2\qquad \begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}\times\begin{vmatrix}a^2&b^2\\c^2&d^2\end{vmatrix}=a^3d^3-a^2bcd^2-ab^2c^2d+b^3c^3$$

☆応用（行列の固有値を求める ）

方法１

$A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\1&2&1\\2&2&3\end{pmatrix}$　$\begin{vmatrix}1-\lambda&0&-1\\1&2-\lambda&1\\2&2&3-\lambda\end{vmatrix}=0$　$\lambda=3$, $\lambda=2$, $\lambda=1$

（一元多項方程式）

方法２

$E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ として　$\det(A-xE)=0$　$x=1$, $x=2$, $x=3$

（区間指定法）

★ベクトル

☆基本演算

$(10, 20, 30)+(30, 4, 50)-(15, 25, 35)=(25, -1, 45)$

$(\sqrt{51}, 2.758, \frac{23}{57})+(\log_2 10, e^2, \sin 1)=(10.463, 10.147, 1.245)$

$\vec{a}=(1, 2, 3)$
$\vec{b}=(1, 5, 7)$ とする

$\vec{a}+\vec{b}=(2, 7, 10)$　$2\vec{a}=(2, 4, 6)$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=32$ 内積　$\vec{a}\times\vec{b}=(-1, -4, 3)$ 外積

☆応用　a，bを隣り合う２辺とする平行四辺形の面積（S）を求める

$$\sqrt{(\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{a}\times\vec{b})}=5.099$$