＜微分積分＞

★微分

☆基本の微分

$$\frac{d}{dx}(x^3+2x^2-3x+6)=3x^2+4x-3 \qquad \frac{d}{dx}\mathrm{cosec}x=\frac{-\cos x}{\sin^2 x} \qquad \frac{d}{dx}(\log|x|)=\frac{1}{x}$$

$$(x^5)'=5x^4 \qquad (\sin x)'=\cos x \qquad (e^x)'=e^x \qquad (5^x)'=5^x\log 5$$

(注) logの引数以外での絶対値を含む項、ax^{bx+c}, 階乗などの項を含む項は微分できません。

☆n次導関数

$$\frac{d^2}{dx^2}x^5=20x^3 \qquad \frac{d^3}{dx^3}\sin x=-\cos x \qquad (x^5)''=20x^3$$

☆関数定義されている式の微分

$f(x)=\sin^2 x \qquad y=\log_a x$ （関数定義）

$$f'(x)=2\cos x\sin x \qquad \frac{d}{dx}f(x)=2\cos x\sin x \qquad y'=\frac{1}{x\log a} \qquad \frac{d}{dt}f(t)=2\cos t\sin t$$

★偏微分

$g(u,v)=\frac{1}{2}\log(u^2+v^2)$ （関数定義）

$$\frac{\partial^2 g}{\partial u^2}=\frac{-u^2+v^2}{u^4+2u^2v^2+v^4} \qquad \frac{\partial^2 g}{\partial v^2}=\frac{u^2-v^2}{u^4+2u^2v^2+v^4}$$

★定積分

☆基本の定積分

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos x+\sin 2x)\mathrm{d}x=2 \qquad \int_0^3 x\sqrt{4-x}\,\mathrm{d}x=6.2667 \qquad \int_0^1(e^y-1)\mathrm{d}y=0.71828$$

$$\int_0^\infty xe^{-5x}dx=0.04$$

上下限に∞が使えます

$$\int_0^1\tan(x+5i)\mathrm{d}x=0.000064291+0.99996i$$

被積分関数が複素数でも積分できます

☆多重積分

$$\int_0^1\int_0^1 xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=0.25 \qquad \int_0^5\frac{1}{5}\left(\int_0^x y\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x=4.1667$$

積分範囲に変数が使われている場合

★不定積分

$$\int\frac{1}{1+\cos x}\mathrm{d}x=\frac{\sin x}{\cos x+1} \qquad \int\frac{7}{3x^2+2x+5}\mathrm{d}x=\frac{21}{3\sqrt{14}}\tan^{-1}\frac{3x+1}{\sqrt{14}} \qquad \int e^{ax}\mathrm{d}x=\frac{1}{a}e^{ax}$$

★極限計算

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2}{x^2-1}=3 \qquad \lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1 \qquad \lim_{x\to0}\frac{x}{1-e^{3x}}=-\frac{1}{3} \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1\right)=2$$

$$\lim_{x\to0}\frac{x}{\sinh x}=1 \qquad \lim_{x\to0}\frac{\tan ax}{bx}=\frac{a}{b} \qquad \lim_{x\to0}\frac{2x}{\ln(1-3x)}=-\frac{2}{3} \qquad \lim_{x\to0}\frac{\sin(x+n)-\sin x}{n}=\frac{\sin n}{n}$$