＜代数計算・因数分解＞

★代数計算

☆基本演算

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4}\div\frac{x^2-4x+3}{2x^2+3x+1}\times\frac{x^2+3x-4}{2x^2-3x-2}=1 \qquad \frac{a+2}{a-\frac{2}{a+1}}=1+\frac{2}{a-1}$$

$$(\cos y+\sin x)^2=\cos^2 y+2\cos y\sin x+\sin^2 x \qquad (a_1+2a_2+1)(a_1-3a_2+1)=a_1^2-a_1a_2-6a_2^2+2a_1-a_2+1$$

☆行列・行列式・ベクトル

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$(a_1,b_1,c_1)\cdot(a_2,b_2,c_2)=a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2$$

$$(a_1,b_1,c_1)\times(a_2,b_2,c_2)=(b_1c_2-b_2c_1,-a_1c_2+a_2c_1,a_1b_2-a_2b_1)$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1a_2+b_1c_2 & a_1b_2+b_1d_2 \\ a_2c_1+c_2d_1 & b_2c_1+d_1d_2 \end{pmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}+2=ad-bc+2$$

☆関数 $f(x)=x^4$ （関数定義）

$x=a+b$ （代数代入）

$f(x)=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ （代数計算）

★因数分解

$$a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)=(-a+b)(b-c)(a-c)(-a-b-c)$$

$$x^8+2x^7+7x^6+16x^5-x^4+10x^3-35x^2-100x+100=(x-1)^2(x+2)^2(x^2+5)^2$$

$$\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{9}y^2=\frac{1}{36}(3x-2y)^2 \qquad 0.1a^2-0.4b^2=\frac{1}{10}(a-2b)(a+2b)$$

$\sin^2 x+2\sin x\cos y+\cos^2 y=(\cos y+\sin x)^2$ システム関数を含んだ式

$(a_1+a_2+1)(a_1-2a_2+1)-4a_2^2=(a_1+2a_2+1)(a_1-3a_2+1)$ 添字付変数

◎代数計算、因数分解共に部分計算ができます。

（代数計算）

$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

↓

$(a^2b-a^2c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

↓

$(a^2b-a^2c)+(-ab^2+b^2c)+c^2(a-b)$

（因数分解）

$(x^3-1)(y^3-1)$

↓

$((x-1)(x^2+x+1))(y^3-1)$

↓

$((x-1)(x^2+x+1))(y-1)(y^2+y+1)$

★式番号を用いた等式操作

$x^4+y^4=(x^2\sin^2\theta+y^2\cos^2\theta)$ (1) 式番号(1)の式

$\sqrt{(1)}$ を代数計算すると→ $\sqrt{x^4+y^4}=\sqrt{x^2\sin^2\theta+y^2\cos^2\theta}$

$e^{(1)}$ を代数計算すると→ $e^{x^4+y^4}=e^{x^2\sin^2\theta+y^2\cos^2\theta}$

$2x+5y=12$ (2) 式番号(2)の式

$7x-3y=24$ (3) 式番号(3)の式

$7\times(2)-2\times(3)$ を代数計算すると→ $41y=36$ xが消去された