ラプラス変換、逆ラプラス変換

「カルキング10プロフェッショナル版」で作成

$$\boxed{y'(t)+2y(t)=e^{-t} \quad y(0)=3}$$

$y(t)=\varnothing$　　　y を 仮想関数として定義

$$\mathcal{L}\{y'(t)\}+\mathcal{L}\{2y(t)\}=\mathcal{L}\{e^{-t}\} \quad (1) \qquad \mathcal{L}\{y'(t)\}=\frac{d}{dt}\mathcal{L}\{y(t)\} \qquad \mathcal{L}\{2y(t)\}=2\mathcal{L}\{y(t)\}$$

$$\mathcal{L}\{e^{-t}\}=\frac{1}{s+1}$$

ラプラス変換を実行　(代数計算を実行)

以上により方程式(1)は $\frac{d}{dt}\mathcal{L}\{y(t)\}+2\mathcal{L}\{y(t)\}=\frac{1}{s+1}$ (2)　となる

ラプラス変換の微分機能により $\mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt}y(t)\right\}=sY-y(0)$　（**Y = y (t)**を表しています ）

また y(0)=3 より方程式(2)は $sY-3+2Y=\frac{1}{s+1}$　この方程式を記号解で解くと $Y=\frac{3s+4}{s^2+3s+2}$

この解の右辺に対して「部分分数分解」を行う $\text{partial\_fract\_decompose}\left(\frac{3s+4}{s^2+3s+2}\right)=\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}$

従って $\mathcal{L}\{y(t)\}=\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}$　　$\mathcal{L}^{-1}\{\mathcal{L}\{y(t)\}\}=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right\}$　　$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right\}$

逆ラプラス変換の実行 (代数計算) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{s+2}+\frac{1}{s+1}\right\}=e^{-t}+2e^{-2t}$　得られた最終解 $\boxed{\mathbf{y(t)=e^{-t}+2e^{-2t}}}$

フーリエ展開をスクリプトで作成する

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \qquad a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\cos(kt)\,dt \qquad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(t)\sin(kt)\,dt$$

```
FourierExpansion ( f,x,n )
var a,b,c,s,s1
 c = 1/2p ∫_{-p}^{p} f ( t ) dt
{s = ∅              | c | < 10^-6
{s = " «  c»  "
 ( for k = 1 to n step 1 )
 a = 1/p ∫_{-p}^{p} f (t) cos (kt) dt
 b = 1/p ∫_{-p}^{p} f ( t ) sin (kt ) dt
 {s1 = "«  x»  "            k = 1
 {s1 = "«  k»  «  x»  "
 {s = s +"«  a»  cos«  s1»  "    a<0
 {s = s +"+«  a»  cos«  s1»  "   a>0
 {s = s +"«  b»  sin«  s1»  "    b<0
 {s =s +"+«  b»  sin«  s1»  "    b>0
 return |s|
```

例題1　f (x) = x

FourierExpansion(f,"x",10)=+2.0000sinx-1.00002sin2x
+0.66674sin3x-0.50018sin4x+0.40036sin5x-0.33397sin6x
+0.28676sin7x-0.25161sin8x+0.22460sin9x-0.20339sin10x

この式をグラフにすることもできる